

Regelung und Identifizierung von Servosystemen

Acrobat Zoom 200%
Gedruckt gut lesbar

GERNOT HOFFMANN

Servosysteme dienen u. a. zum genauen Positionieren in der Handhabungstechnik durch translatorische und rotatorische Bewegungen. Der folgende Beitrag beschreibt den Entwurf der dazugehörigen kontinuierlichen und diskreten Regler. Deren Verhaltensmodelle werden identifiziert und anhand von Beispielen aus der Praxis illustriert.

Redaktion

0 Einführung

Servosysteme dienen zur schnellen und genauen rotatorischen oder translatorischen Positionierung von Maschinenteilen. Die Anwendungen sind bekannt: Roboter, Klappenantriebe in Flugzeugen, Bewegungssimulatoren, Meßgeräte nach dem Kompensationsprinzip usw. Servosysteme haben stark nichtlineare Regler, die aber leicht zu verstehen sind, wenn man sich nicht auf die Betrachtungsweise der linearen Systemtheorie versteift.

Strukturmodelle beruhen auf größerer Einsicht in den inneren Aufbau, diese Einsicht hat meistens nur der Entwickler. Verhaltensmodelle gestatten eine einfachere Modellierung für Benutzer, wobei die wichtigsten Eigenschaften erhalten bleiben. Mit den hier beschriebenen Methoden der nichtlinearen Systemidentifizierung kann man Verhaltensmodelle experimentell bestimmen. Nur bei linearen Systemen kann man Verhaltensmodelle durch eine einfache Ordnungsreduktion gewinnen. Die Vorgehensweise wird an drei praktischen Beispielen demonstriert.

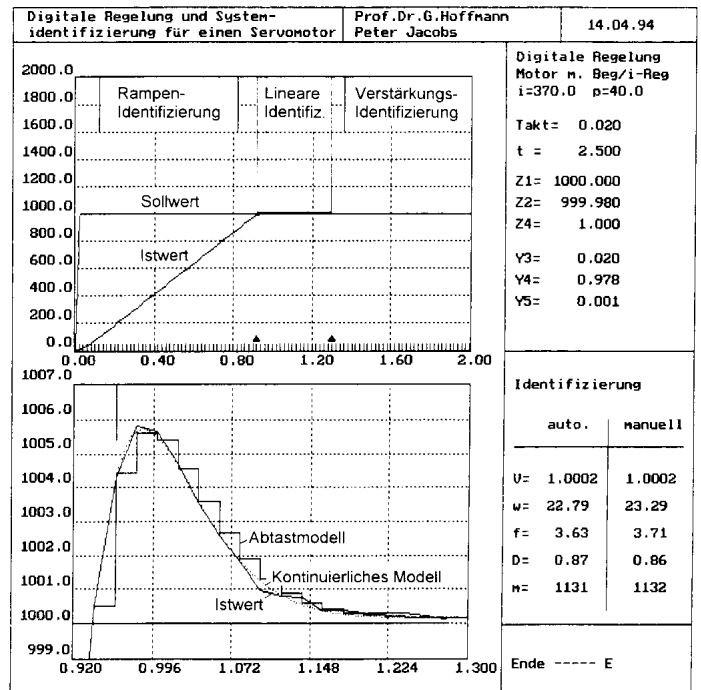
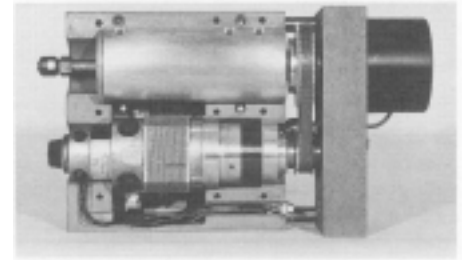
Zur Nomenklatur: In den Bildern gelten kleine Buchstaben für kontinuierliche Variable, große für Abtastwerte. Blockschaltbilder werden auch dann durch Laplace-Operatoren gekennzeichnet, wenn sie Abtast-Algorithmen betreffen.

1 Drehwinkel präzise positionieren

Bild 1 zeigt einen Spindeltrieb zum Gewindebohren, entwickelt von Stefan von der Heide [6]. Der Gleichstrommotor treibt über ein Planetengetriebe und eine Synchronriemenstufe die Spindel an, wobei die Drehzahl mittels Tachogenerator und der Drehwinkel mit einem Zehn-Gang-Schichtpotentiometer erfaßt und geregelt werden. Mit diesem „Idy-Servo“ wurden die Verfahren zur Identifizierung erprobt. Für den Vollausschlag hat man $\pm 1800^\circ = \pm 10V = \pm 2048$ bit zur Verfügung. Also gilt: $0,9^\circ = 5mV = 1$ bit.

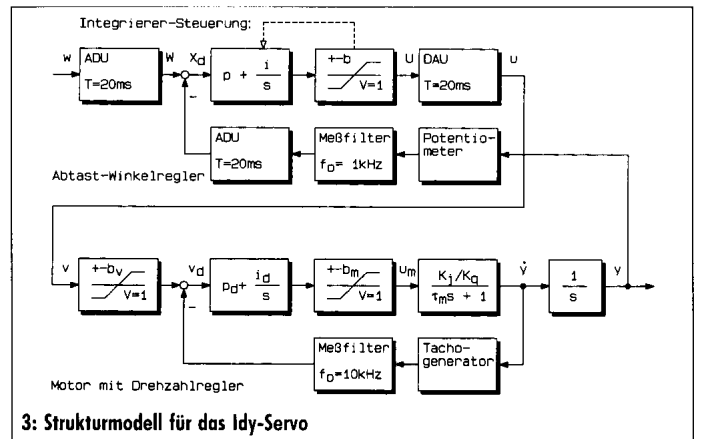
In **Bild 2** sieht man im oberen Diagramm die Sprungantwort für zweieinhalb Umdrehungen. Der Drehwinkel verläuft rampenartig mit maximaler Drehzahl bis zum Sollwert. Im unteren Diagramm ist der Einschwingvorgang im Linearitätsbereich, der nur ca. ± 20 bit oder 1% des Vollausschlags breit ist, dargestellt. Der Istwert nähert sich dem Sollwert sehr genau: Dies ist ein Ergebnis der sogenannten Sub-Bit-Regelung, die maßgeblich auf den Eigenschaften des Analog-Digital-Umsetzers (ADU) ADSN 16 [1] beruht:

1: Aufbau des Idy-Servos
Tacho, Motor, Getriebe,
Synchronriemen, Spindel,
Potentiometer



2: Sprungantwort des Idy-Servos

Großsignalverhalten und Einschwingvorgang



3: Strukturmodell für das Idy-Servo

Der ADU hat eine Meßunsicherheit von $\pm 0,2$ bit und eine Auflösung von 0,1 bit, wenn man über 50 bis 100 Werte mittelt. Jede Einzelmessung dauert 12 μs und schwankt nur zwischen zwei Bits.

Der Entwurf der Regelung anhand **Bild 3** ist zunächst konventionell: Unten findet man den kontinuierlichen Drehzahlregelkreis. Ein Gleichstrommotor mit Dauermagnet wird als Reihenschaltung eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung und eines Integrierers modelliert. Das PT₁-Glieder hat die mechanische Zeitkonstante τ_m und die Verstärkung K_f/K_q . Dabei ist γ der Winkel und $\dot{\gamma}$ die Winkelgeschwindigkeit. Am Anker liegt die im Leistungsverstärker begrenzte Spannung u_m . Die Ankerinduktivität kann im Modell vernachlässigt werden. Die Modellparameter lassen sich aus den Motorparametern Anker-Trägheitsmoment J_A , Last-Trägheitsmoment J_L , Getriebeübersetzung j ($j \geq 1$), Ankerwiderstand R_A , Generator-Konstante (EMK) K_q (z. B. in V/min⁻¹), Drehmoment-Konstante K_m (z. B. in Nm/A) und Trägheitsmoment J (auf die Ankerwelle reduziert: $J = J_A + J_L/j^2$) wie folgt berechnen:

$$K_f = \frac{2\pi}{j}$$

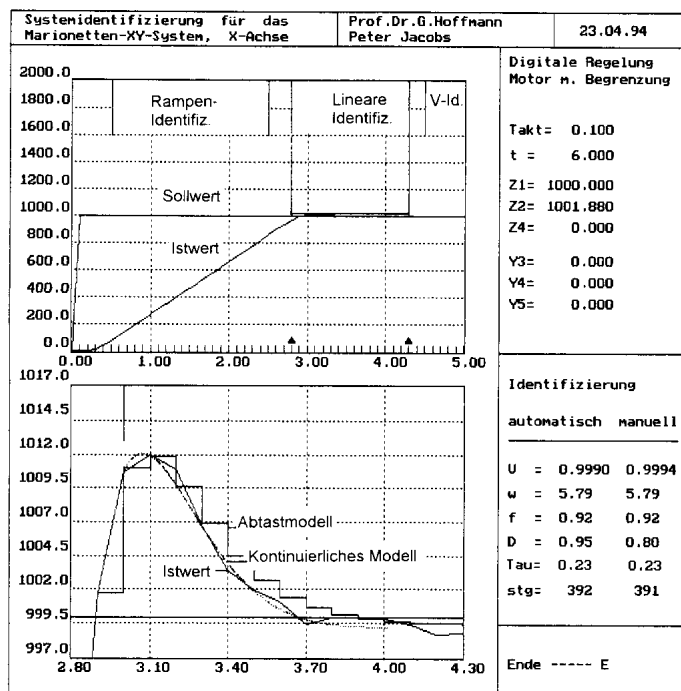
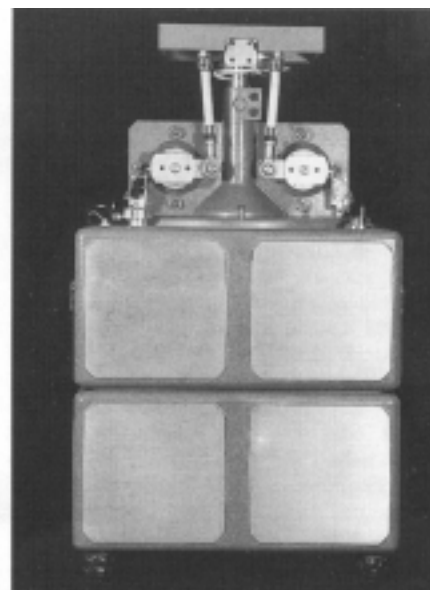
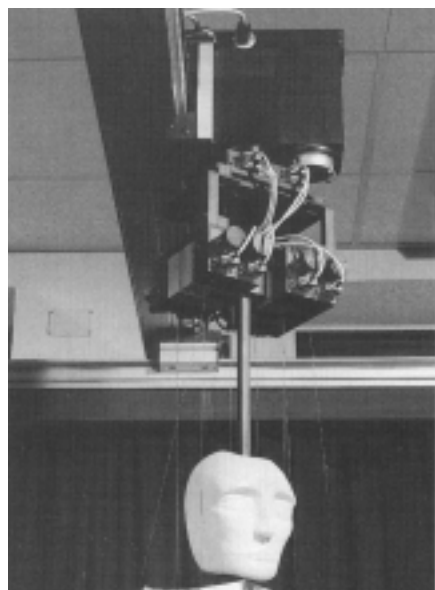
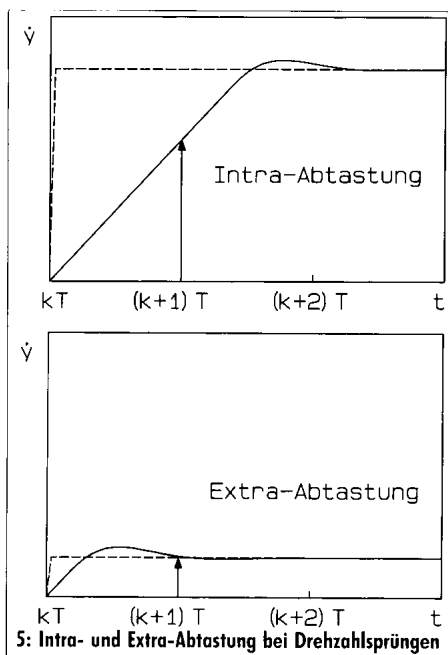
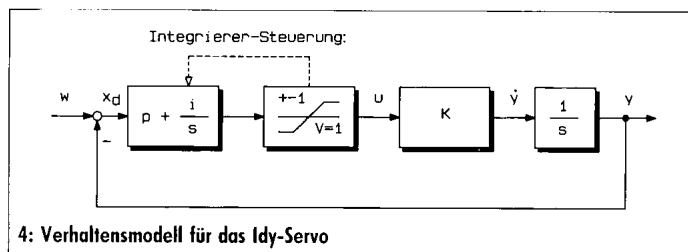
$$\tau_m = \frac{2\pi \cdot R_A \cdot J}{K_m \cdot K_q}$$

Die mit dem Tachogenerator gemessene Winkelgeschwindigkeit wird ziemlich breitbandig tiefpaßgefiltert, um hochfrequente Einstrahlungen zu unterdrücken.

Den Proportional-Integral-Regler kann man folgendermaßen entwerfen: Näherungsweise Kürzen des Streckenpols $s = -1/\tau_m$ durch die Reglernullstelle $s = -i_0/p_0$. Einstellen der größtmöglichen Kreisverstärkung p_0 . Normalerweise sollte man Regler nicht durch Kürzen von Streckenpolen mit Reglernullstellen auslegen, weil dadurch die Stellgrößen eventuell sehr groß werden können. Deren Beschränkung wird hier jedoch ausdrücklich berücksichtigt.

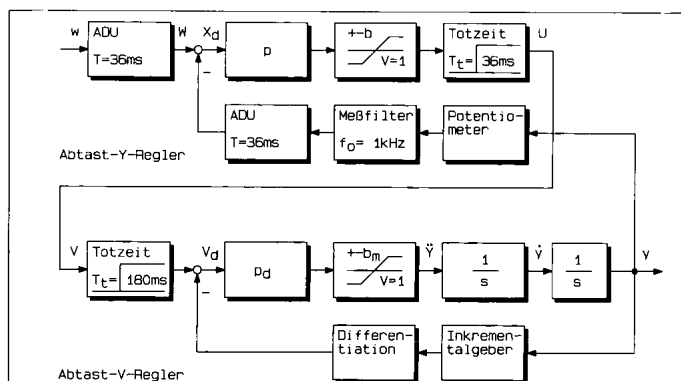
In vielen Fällen hat der Verstärker eine mit ca. 18 kHz pulsweitenmodulierte Stromregelung. Dann ist u_m durch den Strom i_m zu ersetzen und anstelle des PT₁-Glieder erhält man einen Integrierer $K_m/(Jfs)$, wodurch sich aber nichts an der Reglerstruktur ändert.

Soll der Regler sehr steif werden, so machen sich das Meßfilter, die Ankerinduktivität und die Anker-Tacho-Resonanz mit zusätzlichen Polen bemerkbar. Üblicherweise wird p_0 experimentell ver-

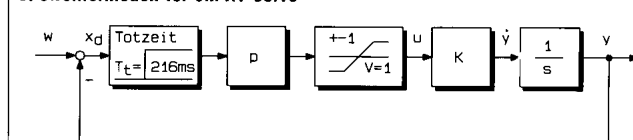


7: Sprungantwort eines XY-Servos

Großsignalverhalten und Einschwingvorgang



8: Strukturmodell für ein XY-Servo



9: Verhaltensmodell für ein XY-Servo

größert, bis Instabilität auftritt, und dann etwas zurückgenommen. Dieser Entwurf betrifft nur das Kleinsignalverhalten. Die innere Begrenzung $\pm b_m$ beschränkt die Beschleunigung. Außerdem kann die Drehzahl nicht beliebig groß werden, was mit dem Begrenzer $\pm b_\lambda$ außerhalb des Kreises modelliert wird.

Im oberen Teil von Bild 3 sieht man den digitalen Winkelregler. Mindestens der Istwert y wird über ein Meßfilter und einen ADU eingespeist, der Sollwert w kann auch als Zahl vorgegeben werden. Das zweipolige Meßfilter darf keinesfalls als Anti-Aliasing-Filter nach dem Abtast-Theorem dimensioniert werden. Vielmehr gilt die folgende Regel: Die Eckfrequenz des Filters muß mindestens zehnfach größer sein als die Eckfrequenz des geschlossenen Winkelregelkreises. Dann erzeugt das Filter höchstens 10° Phasenverlust im Bereich der minimalen Phasenreserve. Die zweipoligen Tiefpaßfilter auf dem ADU ADSN 16 können zwischen 10 Hz und 20 kHz eingestellt werden. Die Begrenzerkennlinie $\pm b$ muß an die Begrenzung $\pm b_\lambda$ des Drehzahlreglers angepaßt werden. Bei großen Sollwertänderungen geht der Reglerausgang u in die Sättigung. Dann ist die weitere Integration der Regelabweichung sinnlos – der Integrierer läuft voll. Daher hat der Integrierer eine Zustandssteuerung nach dem folgenden einfachen Prinzip: Wenn der Reglerausgang betragsmäßig größer ist als b , dann wird die Integration angehalten. In Bild 2 wird der Integralanteil ca. 20 bit unterhalb des Sollwertes wirksam.

Die Dimensionierung im Kleinsignalverhalten, also die Wahl von p und i , erfolgt am besten am Verhaltensmodell in **Bild 4** durch Polvorgabe. Hierzu kann der Drehzahlregler durch ein Proportionalglied K ersetzt werden.

Man betrachte **Bild 5**: Oben sieht man einen großen und unten einen kleinen kommandierten Drehzahlsprung. Infolge der Abtastung mit der Abtastzeit T ist bei kleinen Sprüngen die innere Dynamik nicht erkennbar (Extra-Abtastung), so daß für den Abtast-Winkelregler der kontinuierliche Drehzahlregler im strengen Sinn als Proportionalglied zu betrachten ist. Bei großen Sprüngen (Intra-Abtastung) gilt dies nicht.

Das Verhaltensmodell in Bild 4 basierte auf Extra-Abtastung. Dann kann allerdings die in Bild 2 erkennbare Anlauf-Zeitverzögerung nicht abgebildet werden. Das Modell ist dennoch gut geeignet zur Auslegung des Winkelreglers im Linearitätsbereich und zur Beschreibung des charakteristischen Großsignalverhaltens.

Der Überschwinger ist nicht vermeidbar: Hat ein Regelungssystem in der Strecke und im Regler einen I-Anteil, dann erfolgt der lineare Einschwingvorgang stets so, daß die Flächen unter und über dem Endwert gleich groß sind.

Die Regelung im Sub-Bit-Bereich muß wegen des Getriebe-spiels, der Reibung und der numerischen Rundungen modifiziert werden: Ist die Regelabweichung kleiner als ein Bit, dann wird zunächst ein Impuls von ca. 2 ms Dauer nach dem PI-Gesetz erzeugt und danach nur der I-Anteil für den Rest der Periode aufgeschaltet, um den Nullpunktfehler des Drehzahlgebers zu kompensieren. Nach Bild 2 werden mit den weiter unten beschriebenen Identifizierungsverfahren die folgenden Parameter bestimmt:

Im Großsignalverhalten durch:

- Rampensteigung (1131 bit/s),
- Anlauf-Zeitkonstante (35 ms) und
- Verstärkung (1,0002).

Im Linearitätsbereich durch:

- drei Parameter des Abtastmodells und
- Eckfrequenz (3,7 Hz) und Dämpfungsgrad (0,86) des kontinuierlichen Modells.

Dabei können alle Parameter des kontinuierlichen Modells nach Wunsch interaktiv an den Istwert-Verlauf angepaßt werden, falls die automatische Identifizierung keine befriedigenden Ergebnisse liefert.

2 Große Massen translatorisch bewegen

Bild 6 zeigt den Windenkopf einer menschengroßen Marionette, die sich rhythmisch nach Musik bewegt. Bei dieser Forschungsarbeit [9] geht es um die Verarbeitung unscharfer Informationen, und zwar ohne Fuzzy-Logic – das Problem ist zu kompliziert. Die niederfrequenten rhythmischen Anteile veranlassen die Puppe zu Wanderungen in der Horizontalebene. Hierbei wird der ca. 20 kg

schwere Windenkopf über zwei „XY-Servos“ mit Gleichstrommotoren, Getrieben und Synchronriemen bewegt (Item GmbH, Branschicht GmbH). Die Sprungantwort in **Bild 7** ähnelt sehr dem Verhalten des Idy-Servos: eine Rampe im Großsignalverhalten, ein Überschwinger im Linearitätsbereich. Rechnerisch gilt: $\pm 1167 \text{ mm} = \pm 10 \text{ V} = \pm 2048 \text{ bit}$, jedoch ist der Weg auf $\pm 600 \text{ mm}$ begrenzt. Weiterhin gilt: $0,57 \text{ mm} = 5 \text{ mV} = 1 \text{ bit}$. Der Linearitätsbereich ist $\pm 50 \text{ bit}$ breit.

Das Strukturmodell (**Bild 8**) enthält unten im Bild einen digitalen Drehzahlregler (Achsenrechner). Die Winkelgeschwindigkeit wird numerisch aus den Informationen des Inkrementalgebers auf der Motorwelle bestimmt und proportional über einen programmierbaren Beschleunigungs-Begrenzer $\pm b_m$ auf die pulsbreitenmodulierte Endstufe geschaltet. Hierbei tritt eine signifikante Totzeit in der Größenordnung $T_t = 180 \text{ ms}$ auf, die mindestens zum Teil zur sicheren Bestimmung niedriger Geschwindigkeiten verbraucht wird. Mit den in den Achsenrechnern ebenfalls installierten digitalen Lagereglern kann die Puppe keine glatten Bahnen fahren, denn die Positionierung wird von den Achsenrechnern stets bitgenau zum Abschluß gebracht.

Der neue Abtast-Bahnregler arbeitet in der xy -Ebene folgendermaßen: Ausgehend von einer aktuellen Lage und einem gewünschten Ziel wird der Geschwindigkeitsvektor berechnet und komponentenweise an die beiden Geschwindigkeitsregler in den Achsenrechnern weitergegeben. Zu schnelle oder zu große Bahnen werden dadurch verkleinert; der Eindruck glatter Bewegungen im Raum bleibt erhalten.

Die digitale Übertragung der Positionsinformationen der Achsenrechner (Inkrementalgeber-Zähler) in den Bahnrechner erwies sich aufgrund der komplizierten Protokolle als zu langsam. Daher wird die x - und y -Position zusätzlich mit 15-Gang-Schichtpotentiometern am Getriebeausgang gemessen und über ADUs im Bahnrechner bereitgestellt (**Bild 8** oben, eine Achse). Die P-Regelung erzeugt über einen Begrenzer $\pm b$, der die zulässigen Bahngeschwindigkeiten berücksichtigt, ein Regelsignal U , das als Geschwindigkeitssollwert V digital zum Geschwindigkeitsregler im Achsenrechner gelangt.

Der Bahnrechner überwacht außerdem den gesamten Verbund (fünf Personalcomputer, einen Signalprozessor, zwei Achsenrechner, neun Seilwinden-Servos, einen Drehantrieb) hinsichtlich der Betriebszustände und der Sicherheit. Dadurch entsteht eine weitere Totzeit $T_t = 36 \text{ ms}$, die der Totzeit im Achsenrechner zuge schlagen werden kann.

Mit gewissen Vereinfachungen gelangt man zum Verhaltensmodell für das XY-Servo nach **Bild 9**. Der Geschwindigkeitsregler ist durch ein Proportionalglied ersetzt. Die Schwingungsneigung entsteht durch die Totzeit und die Integration. Im Großsignalverhalten ist die Rampensteigung durch K begrenzt. Nicht korrekt nachgebildet ist die begrenzte Beschleunigung. Die Identifizierung des XY-Servos nach Bild 7 erfolgt wie in Bild 2 für das Idy-Servo, nur wird die Anlauf-Zeitkonstante nun als Totzeit interpretiert.

3 Drehwinkel zeitoptimal regeln

Den Dreiachsen-Drehtisch in **Bild 10** hatte der Verfasser 1978 für die Erprobung von Reglern für Fernlenk-Flugkörpern entwickelt. Auf dem Drehteller für den Gierfreiheitsgrad ist eine Plattform kardanisch gelagert. Zwei Motoren betätigen die Plattform über Stoßstangen, und zwar für den Rollwinkel gegensinnig und für den Nickwinkel gleichsinnig, wobei diese beiden Lagewinkel auf dem Kardanrahmen mit Schichtpotentiometern gemessen werden, während die Tachogeneratoren direkt mit den Ankerwellen verbunden sind. Die spielfreien Getriebe sind beschleunigungsoptimal ausgelegt: $j^2 = J_t/J_A$.

Für den Vollausschlag gilt: $\pm 40^\circ = \pm 4,0 \text{ V} = \pm 819 \text{ bit}$, es ist also: $0,05^\circ = 5 \text{ mV} = 1 \text{ bit}$. Die Angabe in Bit bezieht sich nur auf die Identifizierung, weil die Antriebe kontinuierlich geregelt werden. Der Linearitätsbereich ist außerordentlich klein: nur $\pm 0,1^\circ$, was 0,2% des Vollausschlags entspricht. Die Sprungantwort in **Bild 11** paßt anscheinend nicht dazu – man erwartet eine Rampe.

Tatsächlich handelt es sich um eine zeitoptimale Regelung, realisiert als suboptimale Variante. Hierzu betrachte man das Strukturmodell in **Bild 12**: Wäre die Tacho-Rückführung $d(\dot{y})$

linear in der Form $d \cdot \dot{y}$, so hätte man einen PD-Zustandsregler. Jedoch ist die Verstärkung $V = 4500$ im begrenzenden Leistungsverstärker außerordentlich hoch. Ersetzt man diese Kennlinie durch eine Signumfunktion, so erhält man nach Föllinger [2] einen zeitoptimalen Regler, der das System mit zwei reellen Polen in höchstens zwei Schaltvorgängen durch maximale Beschleunigungen und Bremsen aus irgendeinem Zustand in jeden anderen überführt.

Dazu muß die „Schaltfunktion“ – hier etwas vereinfacht – die Form $d(\dot{y}) = \text{sgn}(\dot{y}) \ln(1 + |\dot{y}|)$ haben. Ersetzt man weiterhin diese Funktion durch eine Gerade ($d = 0,31 \cdot \tau_m$), so ist der Regler nur suboptimal. Dies macht sich in Bild 11 durch die schleichende Annäherung an den Sollwert bemerkbar, während der zeitoptimale Regler einen Parabelbogen erzeugen würde. Der suboptimale Regler ist etwa 30% langsamer als der zeitoptimale Regler, dafür aber einfacher zu realisieren.

Das Verhaltensmodell **Bild 13** beschreibt das System gut. Die Leistungsverstärker haben keine Stromregelung, das PT₁-Verhalten mit der Zeitkonstanten τ_m ist wesentlicher Teil des Optimierungsmodells. Beim Dreiachsens-Drehtisch sind immer zwei Motoren für die Betätigung der Roll- oder Nickachse wirksam. Die beiden Regler müssen daher auf dynamischen Gleichlauf getrimmt werden.

Die Identifizierung nach Bild 11, wobei der Linearitätsbereich für das Abtastmodell als sehr groß angenommen wurde, ist zunächst zweifelhaft. Als Ergebnis erhält man ein System mit übermäßiger Dämpfung $D \approx 1,4$ und mit der erstaunlich großen Eckfrequenz $f_0 \approx 15$ Hz. Diese Werte können aber mit Frequenzgangmessungen im Großsignalverhalten (Amplituden $\pm 5^\circ$ bis $\pm 20^\circ$) tendenziell bestätigt werden, wobei um 15 Hz Phasensprünge auftreten, ein untrügliches Kennzeichen für signifikante Nichtlinearitäten im System. Die Identifizierung liefert also verwertbare Informationen. Für die Identifizierung nach Bild 11 ist der Regler so eingestellt worden, daß eine sonst verborgene Schwingung um 50 Hz erkennbar ist. Dies ist die PD-Regelschwingung im steilen Teil der Begrenzer-Kennlinie.

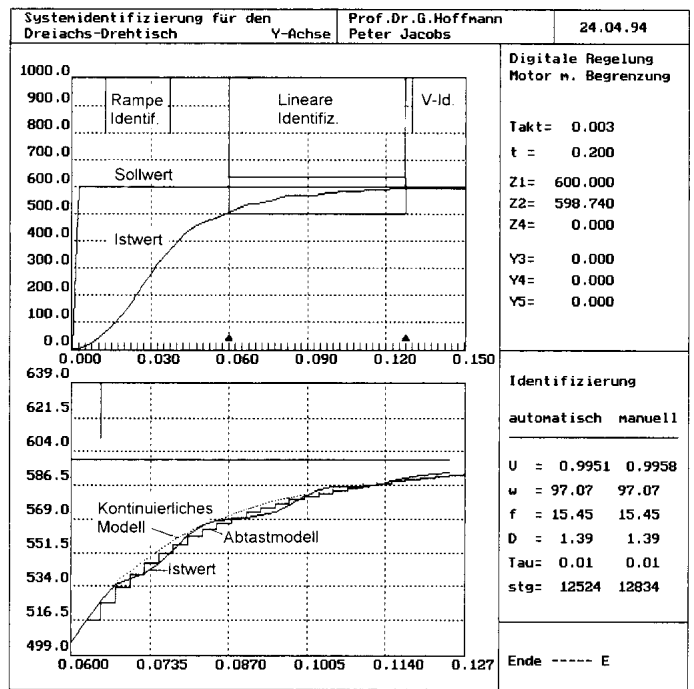
4 Identifizierung von Servosystemen

Sinn der Identifizierung ist es, dem Benutzer des Servosystems leicht verständliche Charakteristika mitzuteilen, wie zum Beispiel die Rampensteigung, die Verstärkung sowie die Eckfrequenz und den Dämpfungsgrad im Linearitätsbereich. Unter Verwendung eines Verhaltensmodells kann der Benutzer die Eigenschaften des Servosystems in seine konkrete Aufgabe einbinden. Dazu sind aufwendige Strukturmodelle schlecht geeignet, weil sich aufgrund der Komplexität leicht Fehler einschleichen können. Auch die Abtastmodelle sind für Servosysteme nicht sonderlich brauchbar, weil sie zunächst nur für eine bestimmte Abtastzeit gelten und erst mit einiger Mühe auf andere Abtastzeiten umgerechnet werden können.

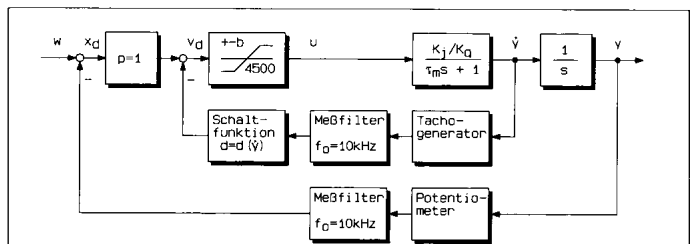
Die hier beschriebene Identifizierung gilt für diskret oder kontinuierlich geregelte Servosysteme. Zunächst wird ein Abtastmodell ermittelt, dann erfolgt die Zuordnung des passenden kontinuierlichen Modells. Falls das Regelungssystem diskret ist, wird man für die Identifizierung die Abtastzeit des Reglers verwenden; ist es aber kontinuierlich, so darf die Abtastzeit frei gewählt werden. Sie sollte in der Größenordnung $T = 0,1 \cdot T_0$ liegen, wenn T_0 die Schwingungsdauer des Regelkreises im Kleinsignalverhalten ist. Das Eingangssignal $w(t)$ muß in jedem Fall eine T-Treppenfunktion sein.

Wie sich gezeigt hat, können die meisten Servosysteme durch die Rampensteigung, die Verstärkung, die Eckfrequenz und den Dämpfungsgrad hinreichend gut charakterisiert werden, immer orientiert an einem Verhaltensmodell. Eventuell kann noch die Anlaufzeitkonstante bestimmt werden. Es ist klar, daß als Eingangssignal nur ein Sprung in Frage kommt, denn bei stochastischen oder harmonischen Signalen ist die Abgrenzung der linearen Bereiche von den Bereichen mit Beschränkung sehr schwierig. Selbstverständlich kann ein Servosystem Sollwertsprünge beliebiger Größe verkraften. Die Identifizierung erfolgt in drei Schritten:

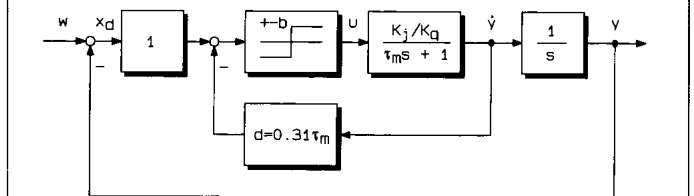
1. Identifizierung der Rampe: Ausgehend von der halben Sprunghöhe, wird eine Ausgleichsgerade zunehmender Breite durch die Meßwerte gelegt, bis die Steigung der Geraden signifikant flacher wird. Außer der Steigung erhält man im Schnittpunkt mit der



11: Sprungantwort für eine Drehtisch-Achse



12: Strukturmodell für eine Drehtisch-Achse



13: Verhaltensmodell für eine Drehtisch-Achse

Zeitachse die Anlauf-Zeitkonstante oder die Totzeit und am oberen Ende den Beginn des Linearitätsbereiches. Dieser muß gegebenenfalls interaktiv besser angepaßt werden.

2. Identifizierung der Verstärkung: Ausgehend vom Ende der Messung – das Servosystem muß sicher eingeschwungen sein –, wird wieder eine Ausgleichsgerade zunehmender Breite durch die Meßwerte gelegt, bis die Steigung signifikant von Null abweicht. Der Wert in der Mitte liefert die Verstärkung.

3. Identifizierung im Linearitätsbereich: Verwendet wird (in Anlehnung an Unbehauen [3]) die „direkte Least-Squares-Methode“, das einzige Verfahren, das ohne subjektive Wertungsfaktoren auskommt.

Zunächst geht man von der Vorstellung eines kontinuierlichen Systems aus. Die Übertragungsfunktion des Verhaltensmodells lautet:

$$F_{yw} = V \cdot \frac{b_1 s + a_0}{s^2 + a_1 s + a_0} = V \cdot \frac{2D\omega_0 s + \omega_0^2}{s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2}$$

Hierbei kann je nach Modell der Zählerkoeffizient b_1 Null sein. Er läßt sich ohnehin nicht mit Sprungsignalen identifizieren, sondern muß anhand der bekannten Struktur ergänzt werden. Dann hat man als strukturell gleichwertiges Abtastmodell:

$$G_{yw} = \frac{B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2}}{1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2}}$$

Die Verstärkung ergibt sich im eingeschwungenen Zustand zu:

$$V = \frac{B_1 + B_2}{1 + A_1 + A_2}$$

Wenn der Eingang ein Sprung ist, dann läßt sich anstelle der Koeffizienten B_1 und B_2 nur deren Summe identifizieren. Man wird hier so vorgehen: Das Abtastmodell liefert im wesentlichen A_1 und A_2 sowie die Verstärkung, die aber noch anhand der Ausgleichsgeraden korrigiert wird. Sodann wird das oben genannte kontinuierliche Modell – je nach Struktur mit oder ohne b_1 – zugeordnet. Unter diesen Umständen kann $B_1 = 0$ gesetzt werden.

Die Least-Squares-Methode bestimmt den Parametervektor $\mathbf{p} = (A_1, A_2, B_2)^T$ aus dem inneren Zusammenhang von je vier Abtastwerten anhand des Abtastmodells:

$$\begin{aligned} y_k &= -A_1 y_{k-1} - A_2 y_{k-2} + B_2 w_{k-2} \\ y_{k+1} &= -A_1 y_k - A_2 y_{k-1} + B_2 w_{k-1} \\ y_{k+2} &= -A_1 y_{k+1} - A_2 y_k + B_2 w_k \end{aligned}$$

Diese drei linearen Gleichungen haben normalerweise genau eine Lösung für die unbekannt Parameter A_1, A_2, B_2 . Da eine solche lokale Bestandsaufnahme zu unsicher ist, insbesondere bei kleiner Abtastzeit, wird der Prozeß wiederholt, bis ein Satz von $N+2$ Abtast-Stützpunkten verwertet worden ist.

Es ergibt sich ein Gleichungssystem mit N Gleichungen für drei Unbekannte mit der Systemmatrix \mathbf{M} und dem Meßvektor \mathbf{m} , das für reale Meßwerte aufgrund des Rauschens widersprüchlich ist:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{m}$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -y_2 & -y_1 & w_1 \\ -y_3 & -y_2 & w_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ -y_{2+N-1} & -y_{2+N-2} & w_{2+N-2} \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{m} = \begin{pmatrix} y_3 \\ y_4 \\ \dots \\ y_{2+N} \end{pmatrix}$$

Mit Hilfe der Gauß-Transformation (minimale Summe der Fehlerquadrate, least squares) entsteht daraus wieder ein lineares Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Unbekannten, der beste Kompromiß für alle Gleichungen:

$$\mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{p} = \mathbf{M}^T \mathbf{m}$$

Die neue Systemmatrix $\mathbf{M}^T \mathbf{M}$ ist positiv definit und symmetrisch. Das Gleichungssystem kann dann mit dem Cholesky-Verfahren [4] gelöst werden. Sind aber zwei Spalten in \mathbf{M} gleich oder fast gleich – beispielsweise bei zu feiner Schrittweite –, dann ist das Problem unlösbar. Das Cholesky-Verfahren muß in diesem Fall ein Fehlerflag setzen (Division durch Null).

Die Ausgleichsgerade $y = a t + b$ kann für den Parametervektor $\mathbf{p} = (a, b)^T$ mit demselben Formalismus berechnet werden:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} t_1 & 1 \\ t_2 & 1 \\ \dots & \dots \\ t_N & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{m} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_N \end{pmatrix}$$

Nun soll dem Abtastmodell ein kontinuierliches Modell zugeordnet werden: Eine abgetastete gedämpfte Schwingung $y(t) = e^{-at} \cdot \sin(\omega t)$ erzeugt im Bildraum der z-Transformation den folgenden Nenner:

$$N(z^{-1}) = 1 + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} = 1 + [-2 e^{-aT} \cos(\omega T)] z^{-1} + e^{-2aT} z^{-2}$$

Mit den üblichen Bezeichnungen gilt: $a = D\omega_0$ und $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - D^2}$ für $D^2 \leq 1$. Hierbei ist D der Dämpfungsgrad, ω_0 die Eckfrequenz und ω die tatsächliche Frequenz. Mittels Koeffizientenvergleich findet man die Parameter so:

$$\begin{aligned} D\omega_0 &= -(1/T) \ln(\sqrt{A_2}) \\ \omega &= (1/T) \cdot \arccos \frac{-0,5 \cdot A_1}{\sqrt{A_2}} \\ \omega_0 &= \sqrt{\omega^2 + (D\omega_0)^2} \\ D &= \frac{D\omega_0}{\omega_0} \end{aligned}$$

Für $D^2 > 1$ läßt sich der Arcuscosinus nicht berechnen; das Argument ist betragsmäßig größer als Eins. Dann gilt: $\omega = \omega_0 \sqrt{D^2 - 1}$. Für die nunmehr reellen Pole $\alpha, \beta = -\omega_0 (D \pm \sqrt{D^2 - 1})$ muß ein anderer Algorithmus angewendet werden:

$$\begin{aligned} \alpha &= (1/T) \ln(-A_1/2 - \sqrt{A_1^2/4 - A_2}) \\ \beta &= (1/T) \ln(-A_1/2 + \sqrt{A_1^2/4 - A_2}) \\ \omega_0 &= \sqrt{\alpha\beta} \\ D &= -0,5(\alpha + \beta)/\omega_0 \end{aligned}$$

Schließlich muß man sich davon überzeugen, daß die Identifizierung im Linearitätsbereich tatsächlich zu den Meßwerten paßt. Das Abtastmodell kann sofort simuliert werden:

$$y_k = -A_1 y_{k-1} - A_2 y_{k-2} + B_2 w_{k-2}$$

Hierbei dient einer der ersten Werte im Linearitätsbereich als Startwert y_{k-2} . Für das kontinuierliche Modell nimmt man den Anfangswert y_k , während die Anfangssteigung \dot{y}_k aus der kubischen Parabel durch y_{k-1} bis y_{k+2} bestimmt wird. Sodann kann das kontinuierliche System mit hinreichend feiner Schrittweite $dT < T$ numerisch integriert werden, zum Beispiel mit dem Verfahren von Heun nach [5].

Ändert man interaktiv die Eckfrequenz und den Dämpfungsgrad, so lassen sich eventuell bessere Anpassungen finden. Mit der Least-Squares-Methode wird, wie oben beschrieben, der beste Kompromiß aus lokalen Lösungen zu jeweils drei Stützpunkten gefunden. Dies kann bei verrauschten und daher nicht zum Modell passenden Meßwerten ein global abweichendes Verhalten verursachen. Es nützt nichts, grundsätzlich falsche Lösungen zu mitteln. In Anbetracht der großen Geschwindigkeit heutiger Rechner wäre eine direkte Parameteroptimierung unter Verwendung des Verhaltensmodells durchaus in Erwägung zu ziehen.

5 Schlußbetrachtung

Servosysteme mit konventionellen Gleichstrommotoren (Dauermagnet, Kommutator) haben meistens Stromregler, Drehzahlregler und Lageregler. In allen Zweigen gibt es Beschränkungen. Daher sind übliche Reglerstrukturen mit PID-Reglern nicht zum Entwurf und zur Beschreibung geeignet. Der Einsatz anderer Maschinen – bürstenloser Gleichstrommotoren, Asynchron- oder Synchronmotoren – ändert an den hier beschriebenen Grundstrukturen nichts, denn im Idealfall erzeugt der Motor nebst inneren Regelkreisen ein Drehmoment, das möglichst schnell einem Sollwert folgt und vom Drehwinkel unabhängig ist. Unter diesen Voraussetzungen können einfache Verhaltensmodelle entwickelt werden, die die wesentlichen Eigenschaften summarisch beschreiben.

Verhaltensmodelle werden entweder aus Strukturmodellen abgeleitet oder durch Systemidentifizierung bestimmt. Strukturmodelle werden durch Ordnungsreduktion vereinfacht, was der Vernachlässigung relativ hochfrequenter stabiler Pole entspricht, und durch Weglassen unwichtiger physikalischer Effekte, das wäre zum Beispiel die Lagerreibung, wenn das System einen steifen Drehzahlregler hat. Beim Entwurf der einzelnen Regler-Kaskaden gilt das Prinzip: Komplizierte Strukturen werden durch regelungstechnische Maßnahmen idealisiert. Ein Stromregler macht den Motor für den Drehzahlregler zu einem Doppelintegrierer. Das derart drehzahlgeregelte System hat für den Lageregler Proportionalverhalten.

Die Systemidentifizierung bezieht sich zu wesentlichen Teilen auf die Bestimmung der inneren Beschränkungen. Hierfür sind nur deterministische Signale geeignet. Die Sprungantwort liefert die besten Aussagen. Aufgrund der überaus kleinen Linearitätsbereiche – nur 0,1 bis 5% des Vollausschlags – ist aber die Bestimmung von Frequenzen und Dämpfungsgraden im Einschwingvorgang relativ unsicher. Hilfreicher als ein ausgeklügeltes mathematisches Identifizierungsprogramm ist ein Simulationssystem, mit dem geschätzte Modelle interaktiv an die Verläufe der Regelgröße angepaßt werden können – sozusagen mit dem Filzstift. Immerhin liefert die hier verwendete Least-Squares-Methode ohne Vorgabe

subjektiver Gewichtungsfaktoren gute Schätzwerte für die gesuchten Parameter. Identifiziert wird primär ein Abtastmodell, und zwar auch dann, wenn das Servosystem kontinuierlich geregelt ist. Der Sprungantwort des Abtastmodells kann man den Ausgang eines kontinuierlichen Modells zuordnen, dessen Parameter „Eckfrequenz“, „Dämpfungsgrad“ und „Verstärkung“ für jedermann leicht verständlich sind.

Peter Jacobs [7] hat die Programme für die Meßwerterfassung, die digitale Regelung und die Systemidentifizierung entwickelt und erprobt. Die übrigen Bilder hat der Verfasser mit dem Programm GrafProz von Jens Klüver [8] gezeichnet. Der Verfasser dankt für die Fotos: Wilhelm Kettwig (Bilder 1 und 6) und Lutz Pape (Bild 10).

Literaturhinweise

- [1] Hoffmann, G.; Scherge, R.: *Anwender-Handbuch für den Analog-Digital-Umsetzer ADSN 16*. (erhältlich beim Verfasser) Emden Juli 1993
- [2] Föllinger, O.: *Nichtlineare Regelungen II*. R. Oldenbourg Verlag, München-Wien 1989
- [3] Unbehauen, H.: *Regelungstechnik III*. Friedr. Vieweg Verlag, Braunschweig-Wiesbaden 1993
- [4] Schwarz, H. R.: *Numerische Mathematik*. B. G. Teubner, Stuttgart 1993
- [5] Schrüfer, E.: *Signalverarbeitung*. Carl Hanser Verlag, München-Wien 1990
- [6] Heide, S. v. D.: *Konstruktion, Bau und Erprobung eines Gewindebohrkopfes*. Diplomarbeit, Fachhochschule Ostfriesland Emden 1992
- [7] Jacobs, P.: *Digitale Regelung und Systemidentifizierung für einen Servomotor*. Diplomarbeit, Fachhochschule Ostfriesland Emden 1994
- [8] Klüver, J.: *Entwicklung eines Rechenprogramms für Präsentations- und Ingenieurgrafik*. Diplomarbeit, Fachhochschule Ostfriesland Emden 1994
- [9] Hoffmann, G.: *Musikgesteuerte Marionette*. *Automatisierungstechnik* 42 (1994), Nr. 8, S. 356 - 365